L'articolo è stato pubblicato in "R.V. Macrì (a cura di), Asimmetrie antirelativistiche", YCP, Lecce 2015, pp.53-63. Di seguito viene presentata una versione ridotta. La numerazione delle pagine è fedele all'originale presente nel libro.

IL QUINTO POSTULATO DI EUCLIDE

UMBERTO BARTOCCI

Proposta di una sua formulazione "intuitiva", con alcune critiche sul preteso valore filosofico delle cosiddette geometrie non-euclidee

1) Volendo riassumere, si può dire che Posidonio, un paio di secoli dopo Euclide, propose di descrivere le proprietà delle parallele attraverso caratterizzazioni di natura metrica e che Proclo tentò di perfezionare l'impostazione di Posidonio. Sarebbe davvero pochissimo, se non avessimo la successiva notizia dell'unica sostituzione corretta e completa del V postulato con un altro, cioè con un postulato autenticamente equivalente all'originale euclideo, da parte di un certo misterioso Aganis (I secolo AC, o forse VI secolo DC). Ciò nonostante Lobachevsky, uno dei fondatori della geometria non-euclidea, scrive (nei Nuovi fondamenti della geometria, 1835): «L'infruttuosità dei tentativi, fatti dal tempo di Euclide, per lo spazio di due millenni», ma tre soli tentativi (riassumendo, Posidonio, Proclo, Aganis) nell'arco di 1860 anni non ci sembrano giustificare una siffatta affermazione. Ripetiamo, tranne forse il goffo tentativo di Tolomeo di cui ci riferisce Proclo, nessuno (o quasi) nell'antichità sembra aver preteso di offrire una dimostrazione ex nihilo del postulato delle parallele, soltanto di proporne formulazioni più accettabili, e soprattutto non sembra esserci stata nessuna preoccupazione filosofica nei suoi confronti.

2) L'interesse verso la questione delle parallele aumenterà poi progressivamente con le "manualizzazioni" che si proporranno di presentare la geometria nel modo più semplice possibile a un pubblico crescente di studenti, a partire ovviamente dai suoi "fondamenti", e questo cammino conduce, come si sa, alla “scoperta” delle geometrie non euclidee, avvenuta intorno al 1830 per opera di matematici alquanto oscuri, ma entrambi collegati a Gauss. Qui cominciano i problemi, perché quello che avrebbe potuto essere un interessante capitolo della Geometria Differenziale viene tramutato in una sorta di “rivoluzione copernicana” della geometria (cfr. per esempio Carl B. Boyer, Storia della matematica , tr. it., I.S.E.D.I., Milano, 1976, p. 621), un evento di rilevanza filosofica fondamentale. Negativa è l’impostazione con cui tale scoperta è stata presentata, nella volontà di tramutare l’incontro con oggetti matematici nuovi e inaspettati nel crollo di filosofie tuttora adeguatissime.

3) Abbiamo sempre insegnato ai nostri studenti di Storia delle Matematiche (denominazione contenente un plurale che non ci piace affatto) che tale disciplina è caratterizzata da un “divenire”, e che da esso non si può prescindere nel determinare la sua didattica. In una fase iniziale la matematica è “investigazione delle leggi dell’intelletto” (Investigation of the laws of thought è il titolo di una celebre opera di George Boole, 1854), in una successiva diviene «studio di tutte le possibilità di pensiero di una mente infinita» (secondo un’espressione del logico-matematico Gaisi Takeuti, citata da Rudy Rucker, Infinity and the Mind - The Science and Philosophy of the Infinite , Birkhäuser, 1982, Prefazione).

4) Siamo arrivati al momento in cui, grazie all’anti-kantismo di Gauss e dei seguaci da lui ispirati, la questione delle geometrie non-euclidee viene tramutata da scientifica in ideologica. Peccato che il grande matematico non si mostri in genere altrettanto buon filosofo. In una lettera all’astronomo Heinrich Christian Schumacher nel 1844, parla dell’incompetenza matematica dei filosofi a lui contemporanei: «non vi fanno rizzare i capelli sulla testa con le loro definizioni?», e il giudizio negativo si estende anche ai tempi antichi: «Leggete nella storia della filosofia antica quelle che i grandi uomini di quell’epoca, Platone ed altri (escludo Aristotele) davano come spiegazioni». Il princeps mathematicorum non risparmia peraltro le sue critiche neppure a Kant: «anche con lo stesso Kant le cose non vanno molto meglio; secondo me, la sua distinzione fra proposizioni analitiche e sintetiche è una di quelle cose che cadono nella banalità o sono false». A proposito di eclatanti stoltezze, quella del sopravvalutato Bertrand Russell (che si comporta, del resto da "vincitore", come se certe questioni si potessero risolvere con battute) rimane a nostro parere ineguagliabile. Secondo Russell, infatti, la teoria dello spazio di Kant è «il punto di vista d'una persona che vive a Königsberg; non vedo come l'abitante d'una valle alpina potrebbe adottarla» (Storia della filosofia occidentale, 1945). In una nota del nostro "Cattivi maestri", ovvero, a proposito di un morbus mathematicorum (ma non solo!) recens", del 2002, ne citavamo un'altra davvero monumentale, partorita da Ernest Nagel e James R. Newman, autori di un fortunato testo divulgativo sul teorema di Gödel (La prova di Gödel , tr. it., Boringhieri, Torino, 1974, p. 17): «per quasi duemila anni gli studiosi hanno creduto, senza il minimo dubbio, che [gli assiomi della geometria] fossero vere proprietà dello spazio fisico». Aggiungevamo al tempo: «Ecco liquidata in due parole per esempio tutta la filosofia di Kant, a far credere che nessuno abbia mai saputo apprezzare la distinzione tra "reale" e "pensato"! Del resto, sono proprio i matematici e i fisici "moderni" - nel senso di post 1872, come diremo nella nota successiva - ad alimentare ogni confusione in proposito, ignorando la dialettica feconda tra le due citate "polarità": i secondi, rinchiudendo le loro teorie in spazi fittizi di simboli e cifre; i primi, chiamando oggi comunemente numeri "reali" quei "numeri" che di "reale" in senso proprio non hanno nulla, e includendo tra essi anche i numeri "irrazionali", favorendo così in modo subliminale l'opinione che il reale possa essere appunto irrazionale!». Secondo Herbert Meschkowski, dopo la scoperta delle geometrie non-euclidee sarebbe «impossibile all'uomo moderno di restare fermo alla concezione spaziale di Platone e di Kant» (Mutamenti nel pensiero matematico , tr.it., Boringhieri, Torino, 1973, p. 87). Secondo Carl B. Boyer: «In un certo senso possiamo affermare che la scoperta della geometria non-euclidea inferse un colpo mortale alla filosofia kantiana» (loc. cit., p. 621), affermazione così perentoria che riecheggia nell'introduzione al libro scritta da Lucio Lombardo Radice (p. XXII).

5) Ed ecco il punto: Gauss contro Kant. Nel noto testo di Evandro Agazzi e Dario Palladino sulle geometrie non euclidee troviamo scritto: «La grande diffusione e l'autorevolezza del kantismo costituirono quindi un ulteriore motivo di difficoltà verso l'accettazione delle geometrie non euclidee come dottrine dotate di dignità scientifica» (Le geometrie non euclidee e i fondamenti della geometria, EST Mondadori, Milano, 1978, p. 73), un'osservazione ripresa dall'analogo precedente testo di Bonola: «Nel nostro caso l'affermazione della geometria non-euclidea fu ritardata anche da ragioni speciali, quali le difficoltà che offrivano alla lettura le opere russe di Lobacefski, l'oscurità dei nomi dei due rinnovatori, la concezione kantiana dello spazio allora dominante» (loc. cit., p. 113). Per fortuna, come riferisce il Boyer già menzionato, l'avversario verrà presto definitivamente (?) sconfitto: «L'assetto della geometria elaborato da Hilbert consolidò però una concezione decisamente anti-kantiana di questa disciplina», (loc. cit. , p. 699). In effetti, un errore gigantesco che ha infettato tutti, con la conseguente modifica della didattica della matematica che invece discenderebbe in modo asolutamente naturale dalla filosofia così tanto avversata (e la domanda d'obbligo, ma assai ... delicata, diventa: perché?). Il continuo riferimento a Kant può generare gravi fraintendimenti presso gli interlocutori meno esperti, come se quella che viene avversata fosse una concezione in un certo senso moderna. Il grande filosofo tedesco offre solo una (perfetta) sistemazione filosofica a una concezione antica quanto la matematica stessa (per non dire quanto l'uomo stesso). Nel Commento al I Libro degli Elementi di Euclide di Proclo troviamo per esempio: « [i Pitagorici] ben sapevano che tutta la mathesis così chiamata, è una

reminiscenza insita nelle anime, non venuta dal di fuori come le immagini delle cose sensibili che s'imprimono nell'immaginazione [...] come risvegliata dall'apparire di fatti, e sospinta dall'interno dalla stessa riflessione rivolta in se stessa» (Giardini, Pisa, 1978, p. 57). La riflessione rivolta in se stessa, vale a dire quella cosa che Kant chiama "intuizione pura", in questo caso un'intuizione dello spazio che è premessa indispensabile per ogni tipo di esperienza sensibile, e non viceversa. E' qui conveniente riportare per intero l'ottima confutazione del filosofo e sociologo Georg Simmel del 1904 riguardo le opinioni e i pregiudizi anti-kantiani dianzi rilevati: «Gli assiomi geometrici sono così poco necessari logicamente come la legge causale; si possono pensare spazi, e quindi geometrie, in cui valgono tutt'altri assiomi che i nostri, come ha mostrato la geometria non euclidea nel secolo dopo Kant. Ma essi sono incondizionatamente necessari per la nostra esperienza, perché essi solamente la costituiscono. Helmholtz errò quindi completamente nel considerare la possibilità di rappresentarci senza contraddizione spazi nei quali non valgono gli assiomi euclidei come una confutazione del valore universale e necessario di questi, da Kant affermato. Infatti l'apriorità kantiana significa solo universalità e necessità per il mondo della nostra esperienza, una validità non logica, assoluta, ma ristretta alla cerchia del mondo sensibile. Le geometrie antieuclidee varrebbero a confutare l'apriorità dei nostri assiomi solo quando qualcuno fosse riuscito a raccogliere le sue esperienze in uno spazio pseudosferico, o a riunire le sue sensazioni in una forma di spazio nel quale non valesse l'assioma delle parallele» (citato da Piero Martinetti, Kant, Feltrinelli, Milano, 1968, p. 47).